



TANTA UNIVERSITY  
FACULTY OF SCIENCE  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

FINAL EXAM FOR SECOND LEVEL (STUDENTS OF STATISTICS)

COURSE TITLE: NUMERICAL ANALYSIS

COURSE CODE: MA2220

DATE: 30 / 12 / 2020 TERM: FIRST TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150 TIME ALLOWED: 2 HOURS

**Answer the following four questions:**

(I) (a) If  $x_i = x_0 + i h$ , prove that:  $f[x_0, x_0, \dots, x_0] = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$ , (10 marks)  
 $\rightarrow n+1 \leftarrow$

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{\Delta^n f_0}{n! h^n} \quad (10 \text{ marks})$$

(b) By the method of iterations, find an approximate real root for the following nonlinear equation:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 4 = 0 \quad (15 \text{ marks})$$

(II) (a) Drive the  $\frac{3}{8}$  th integration rule and then show Simpson's rule or the  $\frac{3}{8}$  th rule is more accurate for computing the integration  $\int_{x_0}^{x_n} f(x) dx$ . Why? (20 marks)

(b) If  $P_n(x)$  is a polynomial of degree at most  $n$ , show that  $\Delta^n P_n(x) = \text{constant}$ . (15 marks)

(III) (a) Given the following data, compute  $f(0.48)$ ,  $f'(0.23)$  and  $f''(0.5)$  approximately

$x$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$f(x)$	0.326	0.467	0.523	0.614	0.716	0.809

 (30 marks)

(b). Prove that:

$$f''(x_0) = \frac{1}{h^2} \left[ \Delta^2 f_0 - \Delta^3 f_0 + \frac{11}{12} \Delta^4 f_0 - \frac{5}{6} \Delta^5 f_0 + \dots \right] + \text{The error} \quad (10 \text{ marks})$$

(IV) (a) Apply the Gaussian elimination to solve the following linear algebraic system of equations:

$$5x_1 - x_2 = 9, \quad -x_1 + 5x_2 - x_3 = 4, \quad -x_2 + 5x_3 = -6. \quad (20 \text{ marks})$$

(b) Making use Heun's method, compute the numerical solutions for the following initial value problem:

$$y' = x + y^2, \quad y(0) = 0.17, \quad h = 0.05 \quad (20 \text{ marks})$$

EXAMINER

PROF. DR. A. R. M. EL-NAMOURY

Dr. O. A. Embaby

*With our best wishes*



TANTA UNIVERSITY  
FACULTY OF SCIENCE  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

EXAMINATION FOR PROSPECTIVE STUDENTS 2<sup>ND</sup> YEAR) STUDENTS OF STATISTICS

COURSE TITLE:

ABSTRACT ALGEBRA AND LINEAR ALGEBRA

COURSE CODE: MA2103

DATE: 3/3/2021

TERM: FIRST

TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150

TIME ALLOWED: 2H

**First: Abstract Algebra (75 marks)**

**Answer all the following questions:**

**Question 1:** (40 marks)

- a) Prove that, for all  $a, b \in G$ , where  $(G, *)$  is a group, the equation  $a * x = b$ , has a unique solution in  $G$ . Similarly for the equation  $y * a = b$ . (15 marks)
- b) Prove that the intersection of a non-empty family of subgroups of a group  $G$  is again a subgroup. (10 marks)
- c) (i) Write the permutation  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 8 & 6 & 7 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ , as a product of disjoint cyclic.  
(ii) Is  $\sigma$  an even permutation or odd?  
(iii) Find the inverse of  $\sigma$ . (15 marks)

**Question 2:** (35 marks)

- a) Let  $S$  be the set of even integers. Show that  $S$  is a group under addition. (15 marks)
- b) Let  $G$  be a group,  $H$  be a subgroup of  $G$ . Prove that  $aH = bH, \forall a, b \in G$ , if and only if  $ab^{-1} \in H$ . (10 marks)
- c) Prove that in a group  $G$   
i)  $\forall a \in G, (a^{-1})^{-1} = a$   
ii) The identity element is unique and the inverse of any element is unique. (10 marks)

**Please turn the paper over**

## Second: Linear Algebra (75 marks)

Answer all the following questions: (75 Marks)

### Question 3 (40 marks)

- a) Prove that the vectors  $u = (3, -1)$ ,  $v = (0, 1)$  form a basis for  $\mathbb{R}^2$ . Then write the vector  $(3, 0)$  as a linear combination of the vectors  $u$  and  $v$ . (15 marks)
- b) Define a subspace of a vector space, then prove that the set  $W = \{(a, 0, c), a, c \in \mathbb{R}\}$  is a subspace of  $\mathbb{R}^3$ . (15 marks)
- c) Put true or false (10 marks)
- The space  $\mathbb{Q}$  of the rational numbers is a vector space over a field  $\mathbb{R}$ .
  - The union of two subspaces is again a subspace.
  - The mapping  $T: p_2(x) \rightarrow p_3(x)$ ,  $T(f(x)) = xf(x)$  is linear.
  - The functions  $\cos t$ ,  $\sin t$  are linearly independent.
  - The inverse of any matrix always exists.

### Question 4 (35 Marks):

- a) Let  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x, y, z) = (x + y, y - z)$ .
- Prove that  $T$  is linear transformation.
  - Find its kernel (Ker  $T$ ).
  - Is  $T$  one to one mapping? Why?
  - Find the basis of the Image of  $T$ .
  - Find the matrix representation of  $T$  with respect to the standard basis. (25 marks)
- b) Prove that  $\mathbb{R}^2$  is a vector space over the field  $\mathbb{R}$ . (10 marks)

EXAMINERS

PROF. DR/ FATMA ABD- ALLAH  
DR/ AYMAN ELSHARKAWY

*With my best wishes*

**Final Examination Paper****Answer the following questions:**

1. a. Find the median, mode, range and standard deviation for the following numbers:

5	-2	2	0	1	-1	-2	0	4	3
---	----	---	---	---	----	----	---	---	---

- b. Let
- $A$
- and
- $B$
- be events with
- $P(A) = 0.6$
- ,
- $P(B) = 0.3$
- ; and
- $P(A \cap B) = 0.2$
- . Find:
- $P(A/B)$
- ,
- $P(B/A)$
- ,
- $P(A \cup B)$
- ,
- $P(A')$
- and
- $P(B')$
- .

- c. A player tossed two fair coins; he wins 5 bounds if two heads occur, loses 2 bounds if only one head occurs, and he loses nothing bounds if no heads occur. Find his standard deviation of winnings. (15 marks)

2. a. Calculate the rank correlation coefficient for the following data:

Math	Excellent	Good	V. good	Good	V. Good	Good	Pass
Stat	Good	Good	Good	Pass	V. good	Good	Pass

- b. Consider the following table:

Distribution cost	5.3	4.7	6.2	7.3	5.9	6.1
No. of orders	9	6	12	11	10	14


- i. Find the correlation coefficient.
- ii. Estimate the number of orders for a distribution cost = 10. (20 marks)

3. A zoologist studied the aggressive behavior of 150 fallow deer encounters. He kept track of whether or not a physical contact fight occurred and whether the initiator ultimately won or lose the encounter. A summary of these results is provided below:

	Initiator wins	No clear winner	Initiator loses
Fight	4C	2C	3C
No fight	9C	5C	7C

- a. Find the value of the constant  $C$ .
- b. Find the probability that an initiator wins if no contact fight happened?
- c. Find the probability that a fight occurs and the initiator loses?
- d. Find the probability that no contact fight is recorded or there is no clear winner?
- e. Find the probability of selecting three winner initiators? (15 marks)



	TANTA UNIVERSITY- FACULTY OF SCIENCE		
	MATHEMATICS DEPARTEMENT		
	FINAL EXAMINAION FOR SECOND YEAR STUDENTS (MATHEMATICS)		
COURSE TITLE: Applied Mathematics (1) MA2101		TIME ALLOWED: 2 HOURS	
DATE: 2021	TERM: FIRST	TOTAL MARKS: 150	

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (30 درجة)

وضح أى من الجمل التالية صحيحة بوضع علامة صح (√) أو خطأ بوضع علامة خطأ (×) وذلك أمام كل جملة:

- 1- السرعة المتوسطة هي قسمة فرق السرعات على فرق المسافات ( )
- 2- العجلة المتوسطة هي قسمة فرق السرعات على فرق الأزمنة ( )
- 3- الإحداثيات الكارتيزية هي الطريقة الوحيدة لدراسة حركة الجسم في بعدين ( )
- 4- في الحركة التوافقية البسيطة تكون أقصى قيمة للعجلة عند أطراف السعة ( )
- 5- اتجاه مركبات السرعة والعجلة تكون في اتجاه زيادة الإحداثيات ( )
- 6- إذا كان الشغل يعتمد على شكل المسار بين نقطتي البداية و النهاية تصبح القوة غير محافظة ( )
- 7- قوة الجاذبية الأرضية هي قوة محافظة ( )
- 8- في حالة المقذوف في مستوى في وسط غير مقاوم مركبة السرعة الرأسية عند أقصى ارتفاع لا تكون منعدمة ( )
- 9- السرعة النسبية هي سرعة ظاهرية ( )
- 10- يمكن حساب السرعة النسبية جبرياً و هندسياً ( )

السؤال الثاني: (40 درجة)

- أ- أوجد معادلة المسار لقذيفة على مستوى أفقى في وسط غير مقاوم.
- ب- من قمة برج ارتفاعه  $208 \text{ ft}$  عن سطح الأرض، أطلقت قذيفة بسرعة لها المركبتان الرأسية  $192 \text{ ft/sec}$  والأفقية  $256 \text{ ft/sec}$ . أوجد زمن الطيران وبعد النقطة التي تصطدم بها مع الأرض عند قاعدة البرج.

+++++

السؤال الثالث: (40 درجة)

- يتحرك جسم حركة توافقية بسيطة بحيث كانت أكبر قيمة للعجلة  $200 \text{ m/sec}^2$ ، وسرعة الجسم  $96 \text{ m/sec}$  عند النقطة  $A$  التي تبعد عن مركز الذبذبة مسافة  $14 \text{ m}$ ، أوجد سعة الذبذبة وزمنها الدوري، ثم احسب الزمن الذي يأخذه الجسم في الحركة من النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$  التي تبعد مسافة  $48 \text{ m}$  عن مركز الذبذبة، إذا كانت النقطتين  $A, B$  في جهة واحدة من مركز الذبذبة أو في جهتين مختلفتين.

+++++

السؤال الرابع: (40 درجة)

- إذا ظهر المطر يسقط رأسياً وبسرعة  $12 \text{ km/h}$  لشخص يسير في اتجاه الغرب بسرعة  $5 \text{ km/h}$  أوجد السرعة الحقيقية للمطر واتجاهها هندسياً وجبرياً.

انتهت الأسئلة

لجنة الممتحنين: أ.د. قدرى زكريا الشريبى - د. خالد محمد على المرابع

المادة : نظرية الاحتمالات 1	كود المادة : ST2101	التاريخ : دور مارس سنة 2021
الفصل الدراسي : الاول	الدرجة : 150 درجة	الزمن : ساعتان

اجب عن الاسئلة الاتية

السؤال الاول : ضع احدى العلامتين  $\sqrt{\quad}$  او  $\times$  لكل من العبارات الاتية : (ثلاثون درجة)

- 1) في تجربة القاء زهره النرد مرتين الفرق المطلق بين الوجهين عدد صحيح يقع بين 1 و 6
- 2) فضاء العينة اللانهائي يحتوى على عدد محدود من العناصر
- 3) العزم الثانى حول القيمة المتوقعة يساوى التباين
- 4) العزم الاول حول الصفر يساوى الصفر
- 5) القيمة المتوقعة لمتغير عشوائى يتبع توزيع بواسون لاتساوى التباين لهذا المتغير
- 6) عدد عناصر فراغ الحوادث لتجربه عشوائية اكبر من عدد عناصر فراغ العينة لهذه التجربة
- 7) بمعرفة القيمة المتوقعة لمتغير عشوائى والقيمة المتوقعة لمربع هذا المتغير العشوائى يمكن حساب التباين
- 8) داله التوزيع لمتغير عشوائى متصل تساوى مجموع داله الاحتمال لهذا المتغير
- 9) عناصر فراغ العينة لتجربه عشوائية يساوى عناصر فراغ الاحتمالات لها
- 10) التفاضل الثانى للداله المولده للعزوم عند الصفر يساوى العزم الثانى حول الصفر

السؤال الثانى : (ثلاثون درجة)

(أ) اختر الاجابه الصحيحه فى كل مما ياتى

- 1) اذا كان التباين لمتغير عشوائى يساوى 4 فان التباين لضعف هذا المتغير يساوى (8 ، 4 ، 1 ، 16)
  - 2) القيت عمله مثاليه اربع مرات ، فان القيمة المتوقعة لعدد مرات ظهور الصورة هو: (2, 3, 0, 4)
  - 3) اذا كان عدد عناصر فراغ العينة لتجربه عشوائية 5 فان عدد عناصر فراغ الحوادث هو (4, 5, 16, 32)
- (ب) إذا كان 20% من وحدات إنتاج إحدى الماكينات تالف فإذا اختيرت عينة عشوائية من أربع وحدات من إنتاج الماكينة ما احتمال وجود :
- (i) وحدة واحدة تالفة
  - (ii) ولا وحدة تالفة
  - (iii) على الأكثر وحدتين تالفتين .

السؤال الثالث : ( ثلاثون درجة )

1) إذا كان  $A, B$  حدثان مستقلان فثبت ان الأحداث  $\bar{A}, \bar{B}$  ،  $A, \bar{B}$  أحداث مستقلة .  
2) اختيرت نقطة داخل دائرة . احسب احتمال أن تكون هذه النقطة أقرب إلى لدائره محيط  $a$  عن مركزها

السؤال الرابع : ( ثلاثون درجة )

- 1) احسب الداله المولده للعزوم للتوزيع البواسونى ومنها اوجد التباين
- 2) احسب العزم الاول والثانى حول الصفر لمتغير عشوائى يتبع التوزيع الاسى

السؤال الخامس : (ثلاثون درجة)

- أ) زهره نرد صممت بحيث ان فرصه ظهور اى عدد تتناسب مع هذا العدد، القيت مره واحده والمطلوب ما ياتى :  
1) اوجد الفراغ الاحتمالى ( ب ) احسب احتمال ظهور عدد زوجى
- ب) اذا كانت داله كثافه الاحتمال لمتغير عشوائى تعرف كالآتى :  $f(x) = cx$  ،  $0 \leq x \leq 4$   
اوجد المقدار الثابت  $c$  وايضا القيمة المتوقعة ثم احسب الاحتمال الاتى :  $p(1 \leq x \leq 3)$